

Als Hindernisse bei der praktischen Anwendung dürften sowohl die Farbenunterschiede der mit dieser Einheit verglichenen Lichtquelle, als auch das schnelle Wachsen der ausgestrahlten Lichtmenge mit steigender Stromstärke bezeichnet werden. Dennoch möchten sich bei Anwendung anderer Lichtquellen zu dem genannten Zweck vielleicht noch grössere Schwierigkeiten in den Weg stellen, da sich die Umstände, welche die Leuchtkraft modificiren, schwerlich auf so einfache Bedingungen wie im vorliegenden Falle zurückführen lassen.

IV. *Ueber das Verhältniß zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht;*  
*von G. Kirchhoff.*

Ein Körper, der in einer Hülle sich befindet, deren Temperatur der seinigen gleich ist, ändert durch Wärmestrahlung nicht seine Temperatur, absorbirt also in einer gewissen Zeit eben so viel Strahlen als er aussendet. Schon vor langer Zeit hat man hieraus den Schluß gezogen, daß bei derselben Temperatur das Verhältniß zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen für alle Körper das gleiche ist. Dabei hat man vorausgesetzt, daß die Körper nur Strahlen *einer* Gattung aussenden. Dieser Satz ist durch Versuche, namentlich von den Hrn. de la Provostaye und Desains in vielen Fällen bestätigt gefunden, in denen die Gleichartigkeit der ausgesendeten Strahlen wenigstens näherungsweise in sofern vorausgesetzt werden konnte, als die Strahlen dunkle waren. Ob ein ähnlicher Satz gilt, wenn die Körper gleichzeitig Strahlen verschiedener Gattung aussenden, was strenge genommen

wohl immer der Fall ist, darüber ist bisher weder durch theoretische Betrachtungen noch durch Versuche etwas ermittelt. Ich habe nun gefunden, daß jener Satz seine Gültigkeit auch *dann* behält, sobald man nur unter dem Emissionsvermögen die Intensität der ausgesendeten Strahlen einer Gattung versteht und das Absorptionsvermögen auf Strahlen derselben Gattung bezieht. *Das Verhältniß zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen*, diese Begriffe in der bezeichneten Weise genommen, ist für alle Körper bei derselben Temperatur dasselbe. Ich will hier den theoretischen Beweis dieses Satzes führen und dann einige merkwürdige Folgerungen entwickeln, die unmittelbar aus demselben fließen, und die theils bekannte Erscheinungen erklären, theils neue Erscheinungen kennen lehren.

Ein jeder Körper sendet Strahlen aus, deren Qualität und Intensität von seiner Natur und seiner Temperatur abhängig sind. Zu diesen können unter gewissen Umständen noch andere Strahlen hinzukommen; es findet das z. B. statt, wenn der Körper bis zu einem genügenden Grade elektrisirt ist, oder wenn er phosphorescirt oder fluorescirt. Solche Fälle sollen hier ausgeschlossen seyn. Wird der Körper von Außen her von Strahlen getroffen, so absorhirt er einen Theil derselben und verwandelt ihn in Wärme. Zu dieser Absorption kann unter gewissen Verhältnissen noch eine andere kommen, was z. B. geschieht, wenn der Körper ein Lichtsauger ist, oder wenn er fluorescirt. Es wird hier vorausgesetzt, daß alle absorhirten Strahlen in Wärme verwandelt werden.

§. I. Vor einem Körper *C* Fig. 1, Taf. III denke man sich zwei Schirme *S*<sub>1</sub> und *S*<sub>2</sub> aufgestellt, in welchen die beiden Oeffnungen 1 und 2 sich befinden, deren Dimensionen unendlich klein gegen ihre Entfernung sind, und von denen eine jede einen Mittelpunkt hat. Durch diese Oeffnungen tritt von dem Körper *C* ein Strahlenbündel. Von diesem betrachte man den Theil, dessen Wellenlängen zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegen, und zerlege denselben in zwei

polarisirte Componenten, deren Polarisations Ebenen die auf einander rechtwinkligen, durch die Axe des Strahlenbündels gehenden Ebenen  $a$  und  $b$  sind. Die Intensität der nach  $a$  polarisirten Componente sey  $E d\lambda$ ;  $E$  heisse das Emissionsvermögen des Körpers.

Auf den Körper  $C$  falle umgekehrt durch die Oeffnungen 2 und 1 ein Strahlenbündel von der Wellenlänge  $\lambda$ , das nach der Ebene  $a$  polarisirt ist; von diesem absorhirt der Körper einen Theil, während er das Uebrige theils durchläßt, theils reflectirt; das Verhältniß der Intensität der absorhirten Strahlen zu der auffallenden sey  $A$  und heisse das Absorptionsvermögen des Körpers.

Die Größen  $E$  und  $A$  hängen ab von der Natur und Temperatur des Körpers  $C$ , von der Lage und Gestalt der Oeffnungen 1 und 2, von der Wellenlänge  $\lambda$  und der Richtung der Ebene  $a$ . Es soll nachgewiesen werden, daß das Verhältniß von  $E$  zu  $A$  von der Natur des Körpers unabhängig ist; es wird sich dabei von selbst ergeben, daß dieses Verhältniß auch nicht veränderlich mit der Richtung der Ebene  $a$  ist, und seine Abhängigkeit von der Lage und Gestalt der Oeffnungen 1 und 2 wird sich leicht ausdrücken lassen, so daß nur unbekannt bleibt, wie es von der Temperatur und der Wellenlänge  $\lambda$  abhängt.

Der Beweis, welcher für die ausgesprochene Behauptung hier gegeben werden soll, beruht auf der Annahme, daß Körper denkbar sind, welche bei unendlich kleiner Dicke alle Strahlen, die auf sie fallen, vollkommen absorbiren, also Strahlen weder reflectiren noch hindurchlassen. Ich will solche Körper *vollkommen schwarze*, oder kürzer *schwarze*, nennen. Es ist nöthig, zuerst die Strahlung solcher schwarzen Körper zu untersuchen.

§. 2. Es sey  $C$  ein schwarzer Körper; sein Emissionsvermögen, das im Allgemeinen durch  $E$  bezeichnet ist, werde  $e$  genannt; es soll bewiesen werden, daß  $e$  un geändert bleibt, wenn  $C$  durch irgend einen andern schwarzen Körper von derselben Temperatur ersetzt wird.

Man denke sich den Körper  $C$  in eine schwarze Hülle

eingeschlossen, von der der Schirm  $S_1$  einen Theil ausmacht; der zweite Schirm sey, wie der erste, aus einer schwarzen Substanz gebildet und beide seyen durch schwarze Seitenwände ringsum mit einander verbunden, Fig. 2 Taf. II. Die Oeffnung 2 denke man sich zuerst durch eine gleichfalls schwarze Fläche, die ich die Fläche 2 nennen will, verschlossen. Das ganze System soll dieselbe Temperatur besitzen und durch eine für Wärme undurchdringliche Hülle, etwa durch eine geschlossene, vollkommen spiegelnde Fläche, vor Wärmeverlust nach Außen geschützt seyn. Die Temperatur des Körpers  $C$  bleibt sich dann gleich, es muß daher die Summe der Intensitäten der Strahlen, die ihn treffen (und die er der Voraussetzung gemäß vollständig absorbiert) gleich seyn der Summe der Intensitäten der Strahlen, die er aussendet. Nun stelle man sich vor, daß die Fläche 2 entfernt und die frei gemachte Oeffnung verschlossen werde durch ein unmittelbar dahinter gesetztes Stück einer vollkommen spiegelnden Kugelfläche, die ihren Mittelpunkt in dem Mittelpunkte der Oeffnung 1 hat. Das Gleichgewicht der Temperatur wird auch dann bestehen. Jene Gleichheit der Intensität der Strahlen, die der Körper  $C$  aussendet, und derer, von welchen er getroffen wird, muß also auch jetzt stattfinden. Da aber der Körper  $C$  jetzt dieselben Strahlen aussendet, wie in dem vorher gedachten Falle, so folgt, daß die Intensität der Strahlen, welche in beiden Fällen den Körper  $C$  treffen, dieselbe ist. Durch die Entfernung der Fläche 2 sind dem Körper  $C$  die Strahlen entzogen, die jene durch die Oeffnung 1 hindurchsendete; dafür wirft der an der Oeffnung 2 angebrachte Hohlspiegel diejenigen Strahlen zu dem Körper  $C$  zurück, die dieser selbst durch die Oeffnungen 1 und 2 hindurchsendet<sup>1)</sup>. Es ergibt sich hieraus, daß die

1) Es ist hierbei die Beugung vernachlässigt, die die Strahlen an den Rändern der Oeffnung 2 erfahren; es ist dieses gerechtfertigt, wenn man sich die Oeffnungen 1 und 2, die zwar unendlich klein gegen ihre Entfernung seyn sollen, noch sehr groß gegen die Wellenlänge der Strahlen denkt.

Intensität des Strahlenbündels, welches der Körper  $C$  durch die Oeffnungen 1 und 2 ausschießt, gleich ist der Intensität des Strahlenbündels, welches die schwarze Fläche 2 bei derselben Temperatur durch die Oeffnung 1 entsendet. Jene Intensität ist also unabhängig von der Gestalt und weiteren Beschaffenheit des schwarzen Körpers  $C$ . Es wäre hiernit der ausgesprochene Satz bewiesen, wenn alle Strahlen der beiden eben mit einander verglichenen Strahlenbündel von der Wellenlänge  $\lambda$  und nach der Ebene  $\alpha$  polarisirt wären. Die Rücksicht auf die Verschiedenartigkeit dieser Strahlen macht etwas verwickeltere Betrachtungen nöthig.

§. 3. Bei der Fig. 2 Taf. III dargestellten Anordnung denke man sich zwischen die Oeffnungen 1 und 2 eine kleine Platte  $P$  (Fig. 3) gebracht, die in den sichtbaren Strahlen die Farben dünner Blättchen zeigt, und die theils wegen ihrer geringen Dicke, theils wegen ihrer substantiellen Beschaffenheit eine merkliche Strahlenmenge weder aussendet noch absorhirt. Die Platte sey so gerichtet, daß das durch die Oeffnungen 1 und 2 tretende Strahlenbündel sie unter dem Polarisationswinkel trifft und die Einfallsebene die Ebene  $\alpha$  ist. Die Wand, welche die Schirme  $S_1$  und  $S_2$  mit einander verbindet, sey so gestaltet, daß das Spiegelbild, welches die Platte  $P$  von der Oeffnung 2 entwirft, in ihr liegt; an dem Orte und von der Gestalt dieses Spiegelbildes denke man sich eine Oeffnung, welche ich die Oeffnung 3 nennen will. Die Oeffnung 2 sey durch eine schwarze Fläche von der Temperatur des ganzen Systemes, die Oeffnung 3 einmal durch eine eben solche Fläche, die ich als die Fläche 3 bezeichnen werde, das andere Mal durch einen vollkommenen Hohlspiegel verschlossen, der seinen Mittelpunkt an dem Orte des Spiegelbildes hat, das die Platte  $P$  von dem Mittelpunkte der Oeffnung 1 entwirft. In beiden Fällen findet ein Gleichgewicht der Wärme statt; durch eine Betrachtung, wie sie im vorigen §. durchgeführt ist, folgt daraus, daß die Summe der Intensitäten der Strahlen, die durch Entfernung der Fläche 3 dem Kör-

per  $C$  entzogen werden, gleich ist der Summe der Intensitäten der Strahlen, die diesem durch Anbringung des Hohlspiegels zugeführt werden. Ein schwarzer Schirm (von der Temperatur des ganzen Systemes),  $S_3$ , sey so aufgestellt, daß direct keine von den Strahlen, die die Fläche  $3$  aussendet, die Oeffnung  $1$  treffen. Die erste Summe ist dann die Intensität der Strahlen, die von der Fläche  $3$  ausgehen, an der Platte  $P$  reflectirt und durch die Oeffnung  $1$  getreten sind; sie werde durch  $Q$  bezeichnet. Die zweite Summe setzt sich aus zwei Theilen zusammen; der eine Theil rührt von dem Körper  $C$  her und ist:

$$= \int_0^{\infty} d\lambda e r^2,$$

wo  $r$  eine von der Beschaffenheit der Platte  $P$  und der Wellenlänge  $\lambda$  abhängige GröÙe bedeutet; der zweite Theil rührt von Strahlen her, welche von einem Theile der schwarzen Wand ausgehen sind, die die Schirme  $S_1$  und  $S_2$  verbindet, die Platte  $P$  durchdrungen haben von dem Hohlspiegel und dann von der Platte  $P$  reflectirt sind; dieser Theil werde durch  $R$  bezeichnet. Es ist unnöthig den Werth von  $R$  näher zu untersuchen; es genügt zu bemerken, daß  $R$ , ebenso wie  $Q$ , von der Beschaffenheit des Körpers  $C$  unabhängig ist. Zwischen den eingeführten GröÙen besteht die Gleichung:

$$\int_0^{\infty} d\lambda e r^2 + R = Q.$$

Denkt man sich nun den Körper  $C$  durch einen andern schwarzen Körper von derselben Temperatur ersetzt, und bezeichnet man für diesen mit  $e'$ , was man für jenen mit  $e$  bezeichnet hat, so gilt auch die Gleichung:

$$\int_0^{\infty} d\lambda e' r^2 + R = Q.$$

Hieraus folgt:

$$\int_0^{\infty} d\lambda (e - e') r^2 = 0.$$

Man nehme nun an, daß das Brechungsverhältniß der Platte  $P$  unendlich wenig von der Einheit verschieden ist. Aus der Theorie der Farben dünner Blättchen folgt dann, daß

$$r = \rho \sin^2 \frac{p}{\lambda}$$

gesetzt werden kann, wo  $p$  eine mit der Dicke der Platte  $P$  proportionale, von  $\lambda$  unabhängige,  $\rho$  eine von dieser Dicke unabhängige GröÙe bedeutet. Hierdurch wird die abgeleitete Gleichung:

$$\int_0^{\infty} d\lambda (e - e') \rho^2 \sin^4 \frac{p}{\lambda} = 0.$$

Daraus, daß diese Gleichung für jede Dicke der Platte  $P$ , als für jeden Werth von  $p$  bestehen muß, läßt sich schließen, daß für jeden Werth von  $\lambda$

$$e - e' = 0$$

ist. Um den Beweis hierfür zu führen, setze man in jeder Gleichung für  $\sin^4 \frac{p}{\lambda}$ :

$$\frac{1}{8} \left( \cos 4 \frac{p}{\lambda} - 4 \cos 2 \frac{p}{\lambda} + 3 \right)$$

und differentiire sie zweimal nach  $p$ ; man erhält dadurch:

$$\int_0^{\infty} d\lambda \frac{(e - e') \rho^2}{\lambda^2} \left( \cos 4 \frac{p}{\lambda} - \cos 2 \frac{p}{\lambda} \right) = 0.$$

An Stelle von  $\lambda$  führe man nun eine neue GröÙe  $\alpha$  durch die Gleichung:

$$\frac{2}{\lambda} = \alpha$$

ein und setze:

$$(e - e') \rho^2 = f(\alpha).$$

Man erhält dadurch:

$$\int_0^{\infty} d\alpha f(\alpha) (\cos 2p\alpha - \cos p\alpha) = 0.$$

Erwägt man, daß, wenn  $\varphi(\alpha)$  eine beliebige Function von  $\alpha$  bedeutet,

$$\int_0^{\infty} d\alpha \varphi(\alpha) \cos 2p\alpha = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} d\alpha \varphi\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos p\alpha$$

ist, wovon man sich überzeugt, wenn man für  $\alpha \frac{\alpha}{2}$  setzt, so kann man dafür schreiben:

$$\int_0^{\infty} d\alpha \left( f\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 2f(\alpha) \right) \cos p\alpha = 0.$$

Diese Gleichung multiplicire man mit

$$dp \cos xp,$$

wo  $x$  eine willkürliche Gröfse bedeutet, und integrire sie von  $p=0$  bis  $p=\infty$ . Nach dem Fourier'schen Satze, der durch die Gleichung

$$\int_0^{\infty} dp \cos px \int_0^{\infty} d\alpha \varphi(\alpha) \cos p\alpha = \frac{\pi}{2} \varphi(x)$$

ausgesprochen ist, erhält man dadurch:

$$f\left(\frac{x}{2}\right) = 2f(x)$$

oder

$$f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2f(\alpha).$$

Hieraus folgt, dafs  $f(\alpha)$  entweder für alle Werthe von  $\alpha$  verschwindet oder unendlich grofs werden muß, wenn  $\alpha$  sich der Null nähert. Wenn  $\alpha$  sich der Null nähert, wird  $\lambda$  unendlich. Erinnerung man sich an die Bedeutung von  $f(\alpha)$  und erwägt, dafs  $\rho$  ein ächter Bruch ist, und dafs weder  $e$  noch  $e'$  unendlich werden können, wenn  $\lambda$  ins Unendliche wächst, so sieht man ein, dafs der zweite Fall nicht stattfinden kann und dafs daher für alle Werthe von  $\lambda$

$$e = e'$$

seyn muß.

§. 4. Wenn das Strahlenbündel, welches der schwarze Körper  $C$  durch die Oeffnungen 1 und 2 aussendet, theilweise geradlinig polarisirt wäre, so müfste die Polarisations-ebene des polarisirten Antheiles sich drehen, wenn der Körper  $C$  um die Axe des Strahlenbündels gedreht würde. Eine solche Drehung müfste daher den Werth von  $e$  ändern. Da nach der bewiesenen Gleichung eine solche Aenderung nicht eintreten kann, so hat das Strahlenbündel keinen geradlinig polarisirten Theil. Es läfst sich beweisen,



dafs dasselbe auch keinen circular polarisirten Theil haben kann. Der Beweis dafür soll aber hier nicht geführt werden. Auch ohne denselben giebt man zu, dafs schwarze Körper sich denken lassen, in deren Structur kein Grund liegt, weshalb sie in irgend einer Richtung mehr circular polarisirte Strahlen der *einen* Art als circular polarisirte Strahlen der *anderen* Art aussenden sollten. Von dieser Beschaffenheit sollen die schwarzen Körper, die in der weiteren Betrachtung vorkommen, vorausgesetzt werden; sie gehen in allen Richtungen nichtpolarisirte Strahlen aus.

§. 5. Die mit  $e$  bezeichnete Gröfse hängt aufer von der Temperatur und der Wellenlänge von der Gestalt und relativen Lage der Oeffnungen 1 und 2 ab. Bezeichnet man durch  $w_1$  und  $w_2$  die Projectionen der Oeffnungen auf Ebenen, die senkrecht auf der Axe des betrachteten Strahlenbündels stehen, und nennt  $s$  die Entfernung der Oeffnungen, so ist:

$$e = I \frac{w_1 w_2}{s^2},$$

wo  $I$  nur eine Function der Wellenlänge und der Temperatur bedeutet.

§. 6. Da die Gestalt des Körpers  $C$  eine willkürliche ist, so kann man für denselben auch eine Fläche substituiren, welche die Oeffnung 1 gerade ausfüllt, und welche ich die Fläche 1 nennen will; der Schirm  $S_1$  kann dann fortgedacht werden. Auch der Schirm  $S_2$  kann fortgedacht werden, wenn man das Strahlenbündel, auf welches sich  $e$  bezieht, als dasjenige definiert, das von der Fläche 1 auf die Fläche 2 fällt, welche die Oeffnung 2 gerade ausfüllt.

§. 7. Eine Folgerung aus der letzten Gleichung, die sich unmittelbar darbietet, und die später benutzt werden wird, ist die, dafs der Werth von  $e$  ungeändert bleibt, wenn man die Oeffnungen 1 und 2 mit einander vertauscht denkt.

§. 8. Es soll jetzt ein Satz bewiesen werden, welcher als eine Verallgemeinerung des im letzten §. ausgesprochenen Satzes betrachtet werden kann.

Zwischen den beiden schwarzen Flächen gleicher Tem-

peratur, 1 und 2, stelle man sich Körper vor, welche die Strahlen, die jene einander zusenden, auf beliebige Weise brechen, reflectiren und absorbiren. Es können mehrere Strahlenbündel von der Fläche 1 nach der Fläche 2 gelangen; unter diesen wähle man eins, betrachte von demselben bei 1 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegen, und zerlege diesen in zwei Componenten, deren Polarisations Ebenen die auf einander senkrechten (sonst beliebigen) Ebenen  $a_1$  und  $b_1$  sind. Was von der ersten Componente in 2 ankommt, zerlege man in zwei Componenten, deren Polarisations Ebenen die auf einander senkrechten (sonst beliebigen) Ebenen  $a_2$  und  $b_2$  sind. Die Intensität der nach  $a_2$  polarisirten Componente sey  $K d\lambda$ . Von dem Strahlenbündel, welches auf demselben Wege wie das vorige von 2 nach 1 geht, betrachte man bei 2 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegen, und zerlege diesen in zwei nach  $a_2$  und  $b_2$  polarisirte Componenten. Was von der ersten Componente in 1 ankommt, zerlege man in zwei Componenten, deren Polarisations Ebenen  $a_1$  und  $b_1$  sind. Die Intensität der nach  $a_1$  polarisirten Componente sey  $K' d\lambda$ . Dann ist

$$K = K'.$$

Der Beweis dieses Satzes soll zunächst unter der Voraussetzung geführt werden, daß die betrachteten Strahlen auf ihrem Wege keine Schwächung erleiden, unter der Voraussetzung also, daß die Brechungen und Reflexionen ohne Verlust geschehen, daß Absorption nicht stattfindet, und daß die aus 1 nach  $a_1$  polarisirt austretenden Strahlen in 2 nach  $a_2$  polarisirt ankommen, so wie umgekehrt.

Durch den Mittelpunkt von 1 lege man eine Ebene senkrecht zur Axe des hier austretenden oder ankommenden Strahlenbündels und denke sich in dieser ein rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen Anfangspunkt jener Mittelpunkt ist.  $x_1, y_1$  seyen die Coordinaten eines Punktes der Ebene, Fig. 4 Taf. III. In der Einheit der Entfernung von dieser Ebene denke man sich eine zweite, ihr parallele und in dieser ein Coordinatensystem, dessen Axen parallel

denen jenes sind und dessen Anfangspunkt in der Axe des Strahlenbündels liegt.  $x_2, y_2$  seyen die Coordinaten eines Punktes dieser Ebene. In ähnlicher Weise lege man durch den Mittelpunkt von 2 eine Ebene senkrecht zur Axe des hier austretenden oder auffallenden Strahlenbündels und führe in dieser ein rechtwinkliges Coordinatensystem ein, dessen Anfangspunkt der genannte Mittelpunkt ist.  $x_3, y_3$  seyen die Coordinaten eines Punktes der Ebene. In der Einheit der Entfernung von dieser Ebene und ihr parallel denke man sich endlich eine vierte und in derselben ein Coordinatensystem, dessen Axen den Axen der  $x_2, y_2$  parallel sind und dessen Anfangspunkt in der Axe des Strahlenbündels liegt.  $x_4, y_4$  seyen die Coordinaten eines Punktes dieser vierten Ebene.

Von einem beliebigen Punkte  $(x_1, y_1)$  geht ein Strahl nach einem beliebigen Punkte  $(x_2, y_2)$ ; die Zeit, die er gebraucht, um von jenem Punkte nach diesem zu gelangen, sey  $T$ ; sie ist eine Function von  $x_1, y_1, x_2, y_2$ , welche als bekannt vorausgesetzt werden soll. Wenn die Punkte  $(x_3, y_3)$  und  $(x_4, y_4)$  auf dem Wege des genannten Strahles liegen, so ist (wenn der Kürze wegen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles im leeren Raume als Einheit angenommen wird) die Zeit, die der Strahl gebraucht, um von  $(x_2, y_2)$  nach  $(x_3, y_3)$  zu gelangen,

$$= T - \frac{\sqrt{1 + (x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2}}{\sqrt{1 + (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2}}.$$

Gesetzt die Punkte  $(x_3, y_3), (x_4, y_4)$  wären gegeben und die Punkte  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  gesucht, so würde man diese finden können aus der Bedingung, daß der eben aufgestellte Ausdruck ein Minimum ist. Nimmt man an, daß die 8 Coordinaten  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4$  unendlich klein sind, so drücken hiernach die folgenden Gleichungen die Bedingung dafür aus, daß die vier Punkte  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$  auf einem Strahle liegen:

$$\begin{aligned} x_3 &= x_1 - \frac{\partial T}{\partial x_1} & x_4 &= x_2 - \frac{\partial T}{\partial x_2} \\ y_3 &= y_1 - \frac{\partial T}{\partial y_1} & y_4 &= y_2 - \frac{\partial T}{\partial y_2}. \end{aligned}$$

Nun sey  $(x_1, y_1)$  ein Punkt der Projection der Fläche 1 auf die Ebene der  $x_1, y_1$ ,  $dx_1, dy_1$  ein Element dieser Projection, in dem der Punkt  $(x_1, y_1)$  liegt und das von einer höheren Ordnung unendlich klein ist, als die Flächen 1 und 2 es sind.  $(x_2, y_2)$  sey ein Punkt eines Strahls, der von  $(x_1, y_1)$  ausgehend die Fläche 2 trifft,  $dx_2, dy_2$  ein Flächenelement, in dem der Punkt  $(x_2, y_2)$  liegt, von derselben Ordnung wie  $dx_1, dy_1$ . Die Intensität der Strahlen von den bezeichneten Wellenlängen und der gewählten Polarisationsrichtung, die von  $dx_1, dy_1$  ausgehend durch  $dx_2, dy_2$  treten, ist dann nach §. 5:

$$dI \, dx_1 \, dy_1 \, dx_2 \, dy_2.$$

Nach der gemachten Voraussetzung gelangt die Strahlenmenge ungeschwächt auf die Fläche 2 und bildet ein Element der mit  $K \, d\lambda$  bezeichneten Größe. Es ist  $K$  das gehörig begränzte Integral

$$I \iiint dx_1 \, dy_1 \, dx_2 \, dy_2.$$

Hier ist die Integration nach  $x_2$  und  $y_2$  über diejenigen Werthe auszudehnen, welche diese Größen nach den für sie aufgestellten Gleichungen erhalten, während  $x_1$  und  $y_1$  constante Werthe behalten und  $x_2, y_2$  alle Werthe annehmen, die den Punkten der Projection der Fläche 2 auf die Ebene der  $x_2, y_2$  entsprechen; dann ist die Integration nach  $x_1, y_1$  über die Projection der Fläche 1 auszuführen. Das in der bezeichneten Weise begränzte Doppelintegral

$$\iint dx_2 \, dy_2$$

ist aber

$$= \iint \left( \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \frac{\partial y_2}{\partial y_1} - \frac{\partial x_2}{\partial y_1} \frac{\partial y_2}{\partial x_1} \right) dx_1 \, dy_1$$

oder nach den Gleichungen für  $x_2, y_2$

$$= \iint \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial^2 T}{\partial y_1 \partial y_2} - \frac{\partial^2 T}{\partial x_1 \partial y_2} \frac{\partial^2 T}{\partial y_2 \partial x_1} \right) dx_1 \, dy_1$$

wo die Integration über die Projection der Fläche 2 auszudehnen ist. Hiernach wird:

$$K = I \iiint \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial^2 T}{\partial y_1 \partial y_2} - \frac{\partial^2 T}{\partial x_1 \partial y_2} \frac{\partial^2 T}{\partial x_2 \partial y_1} \right) dx_1 \, dy_1 \, dx_2 \, dy_2,$$

wo die Integration über die Projectionen der Flächen 1 und 2 zu nehmen ist.

Behandelt man auf dieselbe Weise die mit  $K'$  bezeichnete Größe und benutzt dabei, daß ein Strahl dieselbe Zeit gebraucht, um den Weg zwischen zwei Punkten in dem einen oder in dem anderen Sinne zurückzulegen, so findet man für  $K'$  denselben Ausdruck, der für  $K$  gefunden ist.

Hierdurch ist der ausgesprochene Satz bewiesen unter der beschränkenden Voraussetzung, unter der er zunächst bewiesen werden sollte. Diese Beschränkung wird aber unmittelbar gehoben durch eine von Helmholtz in seiner physiologischen Optik S. 169 gemachte Bemerkung. Helmholtz sagt hier (bei etwas anderer Bezeichnung): »Ein Lichtstrahl gelange nach beliebig vielen Brechungen, Reflexionen u. s. w. von dem Punkte 1 nach dem Punkte 2. In 1 lege man durch seine Richtung zwei beliebige auf einander senkrechte Ebenen  $a_1$  und  $b_1$ , nach welchen seine Schwingungen zerlegt gedacht werden. Zwei eben solche Ebenen  $a_2$  und  $b_2$  werden durch den Strahl in 2 gelegt. Alsdann läßt sich Folgendes beweisen: Wenn die Quantität  $i$  nach der Ebene  $a_1$  polarisirten Lichts von 1 in der Richtung des besprochenen Strahls ausgeht und davon die Quantität  $k$  nach der Ebene  $a_2$  polarisirten Lichts in 2 ankommt, so wird rückwärts, wenn die Quantität  $i$  nach  $a_2$  polarisirten Lichts von 2 ausgeht, dieselbe Quantität  $k$  nach  $a_1$  polarisirten Lichts in 1 ankommen<sup>1)</sup>.«

Benutzt man diesen Satz und bezeichnet mit  $\gamma$  den Werth

1) Der Satz von Helmholtz gilt, wie dieser bemerkt, nicht, wenn die Polarisationssebene des Strahles eine Drehung erfährt, wie magnetische Kräfte sie nach der Entdeckung Faraday's hervorbringen; man hat daher bei den folgenden Betrachtungen magnetische Kräfte sich als nicht wirksam zu denken. Helmholtz beschränkt seinen Satz auch durch die Annahme, daß das Licht keine Aenderung der Brechbarkeit erfahre, wie sie bei der Fluorescenz vorkommt; diese Beschränkung hört auf nöthig zu seyn, wenn man bei der Anwendung des Satzes immer nur Strahlen einer Wellenlänge ins Auge faßt.

des Verhältnisses  $\frac{k}{\lambda}$  für die beiden Strahlen, die zwischen den Punkten  $(x_1, y_1)$  und  $(x_2, y_2)$  in dem einen und dem andern Sinne sich bewegen, so erhält man sowohl für  $K$  als für  $K'$  einen Ausdruck, der vom dem gefundenen nur dadurch sich unterscheidet, daß unter den Integralzeichen noch  $\gamma$  als Factor auftritt.

Die Gleichheit von  $K$  und  $K'$  findet hiernach auch dann statt, wenn  $\gamma$  einen verschiedenen Werth für die Strahlen hat, in welche eines der verglichenen Strahlenbündel getheilt werden kann; sie hört z. B. nicht auf, wenn ein Theil des Strahlenbündels durch einen Schirm aufgefangen wird.

§. 9. Von denselben Strahlenbündeln, die im vorigen §. mit einander verglichen sind, gilt auch der folgende Satz: Von dem Strahlenbündel, welches von 1 nach 2 geht, betrachte man bei 2 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegen, und zerlege diesen in zwei Componenten, die nach  $a_2$  und  $b_2$  polarisirt sind; die Intensität der ersten Componente sey  $Hd\lambda$ . Von dem Strahlenbündel, welches von 2 nach 1 geht, betrachte man bei 2 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegen, und zerlege diesen in 2 Componenten, die nach  $a_2$  und  $b_2$  polarisirt sind. Was von der ersten Componente in 1 ankommt, sey  $H'd\lambda$ . Dann ist

$$H = H'.$$

Der Beweis dieses Satzes ist der folgende.  $K$  und  $K'$  sollen dieselbe Bedeutung wie im vorigen §. haben;  $L$  und  $L'$  seyen die Gröfsen, die aus  $K$  und  $K'$  entstehen, wenn die Ebene  $a_1$  mit der Ebene  $b_1$  vertauscht wird. Dann ist  $L = L'$ , ebenso wie  $K = K'$ . Weiter ist

$$H = K + L,$$

weil senkrecht auf einander polarisirte Strahlen nicht interferiren, wenn sie auf eine gemeinschaftliche Polarisations-ebene zurückgeführt sind, falls sie Theile eines nicht polarisirten Strahles sind, und nach §. 4 die Fläche 1 nicht-polarisirte Strahlen aussendet.

Endlich hat man

$$H = K + L,$$

weil zwei Strahlen, deren Polarisationsebenen senkrecht auf einander sind, nicht interferiren. Aus diesen Gleichungen folgt:  $H = H'$ .

§. 10. Es habe Fig. 2 dieselbe Bedeutung, die in §. 3 angegeben ist, nur sey der Körper  $C$  kein schwarzer, sondern ein beliebiger. Die Oeffnung 2 sey durch die Fläche 2 verschlossen. Diese Fläche sendet durch die Oeffnung 1 auf den Körper  $C$  ein Strahlenbündel, das von diesem zum Theil absorbirt, zum Theil durch Brechungen und Reflexionen nach verschiedenen Richtungen zerstreut wird. Von diesem Strahlenbündel betrachte man zwischen 2 und 1 den Theil, dessen Wellenlängen zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegen, und zerlege denselben in zwei Componenten, die nach der Ebene  $a$  und der auf dieser senkrechten Ebene polarisirt sind. Was von der ersten Componente der Absorption durch den Körper  $C$  entgeht, also die schwarze Hülle trifft, in die der Körper  $C$  eingeschlossen ist, sey  $M'd\lambda$ . Von den Strahlen, welche die Theile dieser Hülle dem Körper  $C$  zusenden, werden gewisse durch die Oeffnung 1 auf die Fläche 2 fallen; durch die Vermittelung des Körpers  $C$  wird so ein Strahlenbündel erzeugt, welches durch die Oeffnung 1 nach der Fläche 2 geht. Von diesem betrachte man den Theil, dessen Wellenlängen zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegen, und zerlege denselben in zwei Componenten, die nach  $a$  und der auf  $a$  senkrechten Ebene polarisirt sind. Die Intensität der ersten Componente sey  $Md\lambda$ . Dann ist

$$M = M'.$$

Die Richtigkeit dieses Satzes ergibt sich aus dem Satze des vorigen §., wenn man diesen auf alle Strahlenbündel anwendet, welche die Fläche 2 und je ein Element der schwarzen Hülle, die den Körper  $C$  umgiebt, durch Vermittelung des Körpers  $C$  mit einander austauschen; und dann die Summe der Gleichungen bildet, die man so erhält.

§. 11. Man denke sich die in Fig. 3 Taf. II dargestellte und in §. 3 beschriebene Anordnung; nur der Körper  $C$

sey kein schwarzer, sondern ein beliebiger. In den beiden dort bezeichneten Fällen findet auch dann das Gleichgewicht der Wärme statt; auch dann muß daher die lebendige Kraft, die durch Entfernung der schwarzen Fläche 3 dem Körper  $C$  entzogen wird, der lebendigen Kraft gleich seyn, die diesem durch Anbringung des Hohlspiegels zugeführt wird. Die in §. 3 gebrauchten Zeichen sollen in unveränderter Bedeutung hier benutzt werden; die Zeichen  $E$  und  $A$  sollen die in §. 1 angegebene Bedeutung haben. Die lebendige Kraft, die dem Körper  $C$  durch Entfernung der Fläche 3 entzogen wird, ist dann bei Rücksicht auf §. 7

$$= \int_0^{\infty} d\lambda \, er \, A.$$

Die lebendige Kraft, die der Körper  $C$  durch Vermittlung des Hohlspiegels gewinnt, setzt sich aus drei Theilen zusammen. Der erste dieser Theile rührt von Strahlen her, die der Körper  $C$  selbst aussendet; er ist

$$= \int_0^{\infty} d\lambda \, Er^2 \, A.$$

Der zweite Theil rührt her von Strahlen, die von der dem Hohlspiegel gegenüberliegenden schwarzen Wand ausgegangen sind, die Platte  $P$  durchdrungen, an dem Hohlspiegel eine, und an der Platte  $P$  eine zweite Reflexion erlitten haben; er ist nach §. 9:

$$= \int_0^{\infty} d\lambda \, er(1-r) \, A.$$

Der dritte Theil endlich rührt her von Strahlen, die von verschiedenen Punkten der schwarzen Hülle, welche den Körper  $C$  umgiebt, auf diesen gefallen, durch Reflexionen oder Brechungen von ihm durch die Oeffnung 1 nach der Fläche 2 hingeworfen, und durch eine Reflexion an der Platte  $P$ , eine zweite am Hohlspiegel und eine dritte wieder an der Platte  $P$  durch die Oeffnung 1 zurückgetrieben



sind. Benutzt man das §. 10 definirte Zeichen  $M$ , so ist dieser Theil

$$= \int_0^{\infty} d\lambda M r^2 A.$$

Es kann zweifelhaft erscheinen, ob der erste und der dritte Theil richtig angegeben sind, wenn der Körper  $C$  gerade eine solche Lage hat, daß ein endlicher Theil des Strahlenbündels, welches die Fläche 2 durch die Oeffnung 1 ihm zusendet, von ihm wieder zur Fläche 2 zurückgeworfen wird. Solche Fälle sollen daher vorläufig ausgeschlossen seyn.

Nach §. 10 hat man  $M = M'$ , und nach der Definition von  $M'$  ist

$$M' = e(1 - A).$$

Jener dritte Theil ist daher

$$= \int_0^{\infty} d\lambda e(1 - A) r^2 A,$$

und es ergibt sich die Gleichung:

$$\int_0^{\infty} d\lambda (E - Ae) Ar^2 = 0.$$

Durch dieselben Betrachtungen, die in §. 3 in Bezug auf eine ähnliche Gleichung angestellt sind, gelangt man von dieser zu dem Schlusse, daß für jeden Werth von  $\lambda$

$$\frac{E}{A} = e,$$

oder, wenn man für  $e$  seinen Werth aus §. 5 setzt:

$$\frac{E}{A} = J \frac{w_1 w_2}{s^2}$$

ist.

Hierdurch ist der Satz, der in dieser Abhandlung bewiesen werden sollte, bewiesen unter der Voraussetzung, daß von dem Strahlenbündel, welches von der Fläche 2 durch die Oeffnung 1 auf den Körper  $C$  fällt, kein endlicher Theil durch diesen nach der Fläche 2 zurückgeworfen wird; daß der Satz auch ohne diese Beschränkung

gilt, sieht man ein, wenn man erwägt, daß, wenn die genannte Voraussetzung nicht erfüllt ist, man den Körper  $C$  nur unendlich wenig zu drehen braucht, um ihr zu genügen, und daß durch eine solche Drehung die Größen  $E$  und  $A$  nur unendlich kleine Aenderungen erleiden können.

Die mit  $J$  bezeichnete Größe ist, wie in §. 5 bemerkt, eine Function der Wellenlänge und der Temperatur. Es ist eine Aufgabe von hoher Wichtigkeit, diese Function zu finden. Der experimentellen Bestimmung derselben stehen große Schwierigkeiten im Wege; trotzdem scheint die Hoffnung gegründet, sie durch Versuche ermitteln zu können, da sie unzweifelhaft von einfacher Form ist, wie alle Functionen es sind, die nicht von den Eigenschaften einzelner Körper abhängen, und die man bisher kennen gelernt hat. Erst wenn diese Aufgabe gelöst ist, wird die ganze Fruchtbarkeit des bewiesenen Satzes sich zeigen können; aber auch jetzt schon lassen sich wichtige Schlüsse aus demselben ziehen.

§. 12. Wenn man einen bestimmten Körper, einen Platindrath z. B., allmählig erhitzt, so sendet er, bis seine Temperatur eine gewisse geworden ist, nur Strahlen aus, deren Wellenlängen größer sind, als die der sichtbaren Strahlen. Bei einer gewissen Temperatur fangen Strahlen von der Wellenlänge des äußersten Roth an sich zu zeigen; steigt die Temperatur höher und höher, so kommen Strahlen von kleinerer und kleinerer Wellenlänge hinzu, in der Art, daß bei jeder Temperatur Strahlen von einer entsprechenden Wellenlänge auftreten, während die Intensität der Strahlen größerer Wellenlängen wächst. Wendet man den bewiesenen Satz auf diesen Fall an, so sieht man, daß die Function  $J$ , für eine Wellenlänge, gleich Null ist für alle Temperaturen unterhalb einer gewissen der Wellenlänge entsprechenden Temperatur und für höhere Temperaturen mit diesen wächst. Hieraus folgt, wenn man nun denselben Satz auf andere Körper anwendet, daß *alle* Körper, wenn ihre Temperatur allmählig erhöht wird, bei derselben Temperatur Strahlen von derselben Wellenlänge auszusenden

den beginnen, also bei derselben Temperatur r $\ddot{o}$ th zu gl $\ddot{u}$ hen, bei einer h $\ddot{o}$ heren, allen gemeinsamen, Temperatur gelbe Strahlen u. s. w. auszugeben anfangen <sup>1)</sup>. Die Intensit $\ddot{a}$ t der Strahlen von gewisser Wellenl $\ddot{a}$ nge, welche verschiedene K $\ddot{o}$ rper bei derselben Temperatur ausschicken, kann aber eine sehr verschiedene seyn; sie ist proportional mit dem Absorptionsverm $\ddot{o}$ gen der K $\ddot{o}$ rper f $\ddot{u}$ r Strahlen der in Rede stehenden Wellenl $\ddot{a}$ nge. Bei derselben Temperatur gl $\ddot{u}$ ht deshalb Metall lebhafter als Glas, und dieses mehr als ein Gas. Ein K $\ddot{o}$ rper, der bei den h $\ddot{o}$ chsten Temperaturen ganz durchsichtig bliebe, w $\ddot{u}$ rde niemals gl $\ddot{u}$ hen. In einen aus Platindraht gebogenen Ring von etwa 5<sup>mm</sup> Durchmesser brachte ich etwas phosphorsaures Natron und erhitzte dasselbe in der wenig leuchtenden Flamme der Bunsen'schen Gaslampe. Das Salz schmolz, bildete eine fl $\ddot{u}$ ssige Linse und blieb dabei vollkommen klar; aber es leuchtete auch gar nicht, w $\ddot{a}$ hrend der dasselbe ber $\ddot{u}$ hrende Platinring das lebhafteste Licht ausstrahlte.

§. 13. F $\ddot{u}$ r eine constante Temperatur  $\ddot{a}$ ndert sich die Function  $J$  continuirlich mit der Wellenl $\ddot{a}$ nge, so lange diese nur nicht denjenigen Werth erh $\ddot{a}$ lt, bei dem f $\ddot{u}$ r jene Temperatur  $J$  zu verschwinden beginnt. Die Richtigkeit dieser Behauptung kann man schliessen aus der Continuit $\ddot{a}$ t des Spectrums eines gl $\ddot{u}$ henden Platindrahtes, sobald man annimmt, da $\ddot{s}$ s das Absorptionsverm $\ddot{o}$ gen dieses K $\ddot{o}$ rpers eine continuirliche Function der Wellenl $\ddot{a}$ nge der auffallenden Strahlen ist. Mit dem h $\ddot{o}$ chsten Grade der Wahrscheinlichkeit l $\ddot{a}$ sst sich auch aussprechen, da $\ddot{s}$ s die Function  $J$  bei gleichbleibender Temperatur keine stark hervortretenden Maxima oder Minima darbietet, wenn die Wellenl $\ddot{a}$ nge sich  $\ddot{a}$ ndert. Es folgt hieraus, da $\ddot{s}$ s, wenn in dem Spectrum eines gl $\ddot{u}$ henden K $\ddot{o}$ rpers Spr $\ddot{u}$ nge, stark hervortretende Maxima oder Minima sich zeigen, das Absorptionsverm $\ddot{o}$ gen desselben, als Function der Wellenl $\ddot{a}$ nge der auffallenden Strahlen betrachtet, Spr $\ddot{u}$ nge, stark hervortretende Maxima oder Minima bei denselben Werthen der Wellenl $\ddot{a}$ nge ha-

1) Draper, *Phil. Mag.* XXX, p. 345; Berl. Ber. 1847.

ben muß. Spectren mit sehr auffallenden Maximis erhält man, wenn man in die Flamme der Runson'schen Lampe gewisse Salze bringt. Ein besonders interessantes Beispiel hierfür liefert das Chlorlithium. Wenn man ein Kügelchen von diesem Salze an einen Platiendraht schmilzt und in den Mantel der Gasflamme bringt, so zeigt sich das Spectrum der Flamme (wenn diese nicht durch andere Salze verunreinigt und die Lichtstärke nicht zu sehr gesteigert ist) als eine einzige, glänzende, rothe Linie, deren Wellenlänge etwa das arithmetische Mittel aus den den Fraunhofer'schen Linien *B* und *C* entsprechenden Wellenlängen ist. Für diese Wellenlänge hat das Emissionsvermögen der Flamme einen großen Werth, während es für alle anderen, sichtbaren Strahlen entsprechenden, Wellenlängen verschwindend klein ist. Demgemäß muß auch das Absorptionsvermögen der Lithiumflamme für die genannte Wellenlänge einen erheblichen Werth haben, für alle anderen sichtbaren Strahlen aber unmerklich seyn. Wenn man daher von einer geeigneten Lichtquelle ein continuirliches Spectrum bildet, und zwischen sie und den Spalt, der hierzu nöthig ist, eine Lithiumflamme bringt, so ändert diese die Helligkeit im Spectrum *nur* an dem Orte der Lithiumlinie. Sie erhöht hier die Helligkeit durch ihr eigenes Licht, schwächt diese aber durch die Absorption, die sie auf die durch sie hindurchtretenden Strahlen der entsprechenden Wellenlänge ausübt. Gesezt diese Absorption sey  $\frac{1}{4}$ . Es würde das, dem bewiesenen Satze zufolge, der Fall seyn, wenn die Helligkeit der hellen Linie der Lithiumflamme  $\frac{1}{4}$  von der Helligkeit an derselben Stelle des Spectrums wäre, welches bei demselben Apparate ein vollkommen schwarzer Körper von der Temperatur der Flamme geben würde. Ungeändert würde dann die Lithiumflamme die Helligkeit an dem betrachteten Orte des Spectrums lassen, wenn die Helligkeit der Lithiumlinie, während die Strahlen der hinteren Lichtquelle abgeblendet sind,  $\frac{1}{4}$  von der Helligkeit ist, welche an derselben Stelle des Spectrums stattfindet, während die hintere Lichtquelle allein wirkt. Hat diese

hintere Lichtquelle eine grössere, als die hierdurch bestimmte Helligkeit, so zeigt sich bei gleichzeitiger Wirkung beider die Lithiumlinie dunkel auf hellerem Grunde, im entgegengesetzten Falle hell auf dunklerem Grunde. Findet das Erste statt, so wird die Linie um so dunkler erscheinen, je grösser die Lichtstärke der hinteren Quelle ist; denn je mehr diese Lichtstärke vergrössert wird, desto unmerklicher wird das eigene Licht der Lithiumflamme. Bei dem für die Absorption der letzteren angenommenen Zahlenwerthe kann indessen die Helligkeit der Linie nie unter  $\frac{2}{3}$  der Helligkeit der Umgebung sinken. Diese Gränze wird aber herabgedrückt, wenn man die Dicke der Lithiumflamme, und damit ihre Absorption vergrössert.

Ein kleines Kügelchen Chlorlithium in die Flamme der Bunsen'schen Lampe gebracht, ertheilt dieser schon ein so grosses Absorptionsvermögen für die Strahlen der bezeichneten Wellenlänge, dass, wenn man Sonnenstrahlen durch die Flamme auf den Spalt des Apparates treten lässt, der das Spectrum bildet, an dem entsprechenden Orte eine schwarz erscheinende, feine Linie sich zeigt.

Die Spectren, welche andere Salze, wenn sie in die Flamme gebracht werden, hervorrufen, sind meistens weniger einfach und bieten selten Linien dar, die so hell als die Lithiumlinie sind. Alle diese Spectren muss man aber auf ähnliche Weise *umkehren* können; giebt man der Flamme die hinreichende Dicke und lässt Licht von genügender Intensität durch sie hindurchgehen, so müssen die vorher hellen Linien in dunkle übergehen. Eine Ausnahme könnte nur eintreten bei einer Flamme, bei der ein Theil des Lichtes unmittelbar durch chemischen Process hervorgerufen würde, oder bei einer Flamme, die fluorescirte. Die Versuche müssen entscheiden, ob es solche Flammen giebt.

Ist die hintere Lichtquelle ein glühender Körper, so hängt ihre Intensität von der Temperatur dieses ab; die Intensität hat bei einer gegebenen Temperatur ihren höchsten Werth, wenn der Körper ein vollkommen schwarzer ist. Ist diese Bedingung erfüllt und ist die Temperatur der bei-

den Lichtquellen dieselbe, so läßt die vordere das Spectrum der hinteren gerade ungcändert. Die hintere Lichtquelle kann daher das Spectrum der vorderen nur umkehren, wenn sie eine höhere Temperatur als diese besitzt, und das umgekehrte Spectrum wird eine desto größere Deutlichkeit haben, je größer der Temperaturunterschied beider Lichtquellen ist.

Bis jetzt gelungen ist mir die Umkehrung der Spectren außer bei der Lithiumflamme noch bei der Kochsalzflamme. Das Spectrum dieser besteht, wie bekannt, aus zwei sehr nahen, glänzenden, gelben Linien, deren Wellenlängen mit den Wellenlängen der beiden Fraunhofer'schen Linien *D* übereinstimmen. Läßt man die Strahlen des Drummond'schen Lichtes durch eine Kochsalzflamme von nicht zu hoher Temperatur hindurchgehen, so verwandeln sich die hellen Linien in dunkle, welche also an dem Orte der Fraunhofer'schen Linien *D* sich befinden, und welche in jeder Beziehung denselben Anblick, wie diese, gewähren.

§. 14. Wie an einem anderen Orte ausführlich auseinandergesetzt werden wird, sind die Wellenlängen, für welche Maxima des Emissionsvermögens und des Absorptionsvermögens stattfinden, von der Temperatur in den weitesten Grenzen unabhängig; ferner sind es bei den Salzen, welche solche Maxima bei einer Flamme hervorrufen, die *Metalle*, welche diese bedingen. Man denke sich einen Körper von sehr hoher Temperatur, in dessen Spectrum die dunkle Doppellinie *D* nicht vorkommt, umgeben von einer gasförmigen Atmosphäre von etwas niedrigerer Temperatur. Wenn in dieser Natrium vorhanden ist, so kann in dem Spectrum der so zusammengesetzten Lichtquelle die dunkle Doppellinie *D* sich zeigen; aus dem Daseyn dieser muß auf den Natriumgehalt der Atmosphäre geschlossen werden. Nun ist die Sonne unzweifelhaft ein Körper der gedachten Art <sup>1)</sup>; aus der Li-

1) Die Frage, ob der innere Theil der Sonne, von dem hauptsächlich das Licht ausstrahlt, fest, flüssig oder gasförmig sey, kann hierbei als eine offene betrachtet werden.

nie *D* des Sonnenspectrums ist daher auf den Natriumgehalt der Sonnenatmosphäre zu schließen.

Ein Einwand läßt sich gegen die Richtigkeit dieses Schlusses erheben: es könnte in der Atmosphäre der Erde die Ursache der Linie *D* gesucht werden müssen. Dieser Einwand wird aber durch folgende Gründe widerlegt;

- 1) Die genügende Menge Natrium in Dampfform kann nicht wohl in unserer Atmosphäre vorhanden seyn, und die Dampfform wäre nöthig den in Rede stehenden Effect hervorzubringen;
- 2) wenn die Linie *D* von unserer Atmosphäre herrührte, so müßte sie in dem Maasse deutlicher werden, in dem die Sonne dem Horizonte sich nähert; dem entsprechende Aenderungen in der Deutlichkeit derselben habe ich aber nie wahrgenommen, während mir solche gerade bei benachbarten Linien oft sehr auffallend gewesen sind;
- 3) wenn die Linie *D* nicht in der Sonne selbst ihren Grund hätte, so müßte sie auch in den Spectren aller Fixsterne, die hell genug sind, gefunden werden; nach den Angaben von Fraunhofer und Brewster fehlt sie aber in den Spectren einiger Fixsterne, während sie in denen anderer vorhanden ist.

Die genaue Concidenz der Natriumlinien mit den Fraunhofer'schen Linien *D* kann man am sichersten nachweisen, wenn man die Sonnenstrahlen durch eine Natriumflamme gehen läßt, bevor sie zu dem Spalt des Apparates gelangen. Die Wirkung der Natriumflamme zeigt sich dann darin, daß die Linien *D* viel deutlicher, schwärzer und breiter hervortreten. Es hat im ersten Augenblicke etwas Befremdendes, daß das Natrium in der kleinen Flamme die Wirkung noch merklich verstärken kann, welche das Natrium in der ungeheuren Sonnenatmosphäre auf die Lichtstrahlen ausgeübt hat. Das Befremdende verschwindet aber, wenn man erwägt, daß die Helligkeit der Linien *D* im Sonnenspectrum durch die Temperatur der Sonnenatmosphäre, vornehmlich ihrer äußersten Schichten, bedingt ist, und daß die

Temperatur dieser sicher sehr viel größer, als die einer Leuchtgasflamme ist. Denkt man sich eine Natriumflamme, deren Dicke als unendlich betrachtet werden kann in Bezug auf die Absorption der Strahlen, die den Linien *D* entsprechen, und nimmt an, daß durch diese die Strahlen einer hinteren Lichtquelle gehen und dann zu einem Spectrum auseinandergelegt werden, so hängt die Helligkeit an den Orten der Linien *D* allein von der Temperatur jener Flamme ab. Stellt man vor diese eine Natrium-Flamme von derselben Temperatur, so ändert diese Nichts im Spectrum; hat die hinzugefügte Flamme aber eine niedrigere Temperatur, so muß sie die Linien *D* dunkler hervortreten lassen. Die Wirkung der Leuchtgasflamme, in die Natrium gebracht ist, auf das Sonnenspectrum erklärt sich hiernach, sobald man nur zugiebt, daß ihre Temperatur niedriger ist als die Temperatur der äußersten Schichten der Sonnenatmosphäre; dieses ist aber sicher der Fall, da die äußersten Schichten der Sonnenatmosphäre keine niedrigere Temperatur haben können, als sie in dem Brennpunkte eines auf die Sonne gerichteten, sehr wirksamen Hohlspiegels stattfindet.

Aehnliches, wie vom Natrium, gilt von jedem anderen Stoffe, der, in eine Flamme gebracht, helle Linien in dem Spectrum derselben hervortreten läßt. Fallen diese Linien mit dunkeln des Sonnenspectrums zusammen, so muß man auf die Anwesenheit dieses Stoffes in der Sonnenatmosphäre schließen, vorausgesetzt, daß die in Rede stehenden dunkeln Linien nicht in der Erdatmosphäre ihren Grund haben können. So ist ein Weg gefunden, die chemische Beschaffenheit der Sonnenatmosphäre zu ermitteln, und derselbe Weg verspricht auch einige Auskunft über die chemische Beschaffenheit der helleren Fixsterne <sup>1)</sup>.

1) In zwei Mittheilungen von mir, die der Berl. Acad. d. Wiss. am 27. Oct. und am 15. Dec. 1859 vorgelegt sind, befinden sich noch einige, hier nicht angeführte, Angaben, die sich auf die chemische Beschaffenheit der Sonnenatmosphäre beziehen. In der zweiten dieser Mittheilungen ist außerdem der Satz, der den Hauptinhalt dieser Abhandlung bildet, auf einem andern Wege, aber in geringerer Allgemeinheit als hier, bewiesen.



§. 15. Aus dem Satze, der in dem ersten Theile dieser Abhandlung bewiesen ist, folgt, daß ein Körper, der von Strahlen *einer* Polarisationsrichtung mehr absorhirt, als von denen einer *anderen*, in demselben Verhältniß Strahlen von der ersten Polarisationsrichtung mehr aussendet, als von denen der zweiten. Es muß hiernach, wie es bekanntlich geschieht, ein glühender undurchsichtiger Körper, der eine glatte Oberfläche hat, in Richtungen, die schief zu dieser Oberfläche sind, Licht aussenden, das theilweise polarisirt ist, und zwar senkrecht zu der Ebene, die durch den Strahl und die Normale der Oberfläche geht; denn von einfallenden Strahlen, die senkrecht zur Einfallsebene polarisirt sind, reflectirt der Körper weniger, absorhirt also mehr, als von Strahlen, deren Polarisationsebene die Einfallsebene ist. Man kann nach jenem Satze den Polarisationszustand der ausgesendeten Strahlen leicht angeben, wenn man das Gesetz der Reflexion auffallender Strahlen kennt.

Eine zur optischen Axe parallel geschliffene Turmalinplatte absorhirt bei gewöhnlicher Temperatur von Strahlen, die sie senkrecht treffen, mehr, wenn die Polarisationsebene dieser der Axe parallel ist, als wenn die Polarisationsebene senkrecht zur Axe steht. Vorausgesetzt, daß die Turmalinplatte diese Eigenschaft bei der Glühhitze behält, muß sie bei dieser in einer zu ihr senkrechten Richtung Strahlen aussenden, die theilweise polarisirt sind, und zwar in der durch die optische Axe gelegten Ebene, in einer Ebene also, die senkrecht zu derjenigen ist, die die Polarisationsebene des Turmalins genannt wird. Ich habe diese auffallende, aus der entwickelten Theorie sich ergebende, Folgerung durch den Versuch geprüft, und sie hat sich bestätigt. Die benutzten Turmalinplatten ertrugen, in die Flamme der Bunsen'schen Lampe gebracht, lange Zeit eine mäfsige Glühhitze, ohne eine bleibende Veränderung zu erleiden; nur an den Ecken zeigten sie sich nach dem Erkalten getrübt. Die Eigenschaft, hindurchgehendes Licht zu polarisiren, kam ihnen auch in der Glühhitze zu, wenngleich in erheblich geringerem Grade, als bei niedriger Temperatur.

Es zeigte sich dieses, indem man durch ein doppelbrechendes Prisma durch die Turmalinplatte hindurch nach einem Platindrahte sah, der in derselben Flamme glühte. Die beiden Bilder des Platindrahtes hatten eine ungleiche Helligkeit, doch war ihr Unterschied viel geringer, als wenn die Turmalinplatte auferhalb der Flamme sich befand. Es wurde dem doppelbrechenden Prisma die Stellung gegeben, bei der der Unterschied der Lichtstärke der beiden Bilder des Platindrahtes ein Maximum war; gesetzt es wäre das hellere Bild das obere gewesen; es wurden dann, nach Entfernung des Platindrahtes, die beiden Bilder der Turmalinplatte mit einander verglichen. Es war das obere Bild, nicht auffallend, aber unzweifelhaft, dunkler als das untere; die beiden Bilder erschienen gerade, wie zwei gleiche, glühende Körper erschienen wären, von denen der obere eine niedrigere Temperatur als der untere besessen hätte.

§. 16. Noch eine Folgerung aus dem bewiesenen Satze möge hier zum Schlusse Platz finden. Wenn ein Raum von Körpern gleicher Temperatur umschlossen ist, und durch diese Körper keine Strahlen hindurchdringen können, so ist ein jedes Strahlenbündel im Innern des Raumes seiner Qualität und Intensität nach gerade so beschaffen, als ob es von einem vollkommen schwarzen Körper derselben Temperatur herkäme, ist also unabhängig von der Beschaffenheit und Gestalt der Körper und nur durch die Temperatur bedingt. Die Richtigkeit dieser Behauptung sieht man ein, wenn man erwägt, daß ein Strahlenbündel, welches dieselbe Gestalt und die entgegengesetzte Richtung, als das gewählte hat, bei den unendlich vielen Reflexionen, die es nach einander an den gedachten Körpern erleidet, vollständig absorbiert wird. In dem Innern eines undurchsichtigen, glühenden Körpers von gewisser Temperatur findet hier- nach auch immer dieselbe Helligkeit statt, welches auch im Uebrigen die Beschaffenheit desselben seyn möge.

Der in diesem §. ausgesprochene Satz kann, wie beiläufig bemerkt werden möge, auch nicht aufhören zu gelten, wenn unter den gedachten Körpern sich fluorescirende befinden.

Ein fluorescirender Körper läßt sich definiren als einer, bei dem das Emissionsvermögen abhängt von den Strahlen, die ihn in dem betrachteten Augenblicke treffen. Die Gleichung  $\frac{E}{A} = e$  kann allgemein für einen solchen Körper nicht gelten, aber sie gilt für ihn, wenn er in eine vollkommen schwarze Hülle von derselben Temperatur eingeschlossen ist, denn diéselben Betrachtungen, durch welche diese Gleichung für jenen Körper *C* unter der Voraussetzung bewiesen ist, daß derselbe nicht fluorescirt, gelten auch, wenn man annimmt, daß er fluorescirt. Um dieses einzusehen, muß man nur beachten, daß, wenn die Größe *E* auch zwei verschiedene Werthe haben kann bei den beiden betrachteten Anordnungen des in Fig. 3, Taf. III dargestellten Systemes, falls der Körper *C* fluorescirt, doch diese beiden Werthe nur um ein unendlich Kleines sich unterscheiden können.

Heidelberg, im Januar 1860.

V. *Ueber zwei neue Reihen organischer Säuren;*  
*von W. Heintz.*

Von R. Hofmann<sup>1)</sup> ist bekanntlich eine Methode angegeben worden, mit deren Hülfe man mit Leichtigkeit größere Mengen derjenigen Säure zu gewinnen im Stande ist, welche ein Substitutionsproduct der Essigsäure, als diese Säure betrachtet werden kann, in welcher ein Aequivalent Wasserstoff durch ein Aequivalent Chlor vertreten ist. Diese Säure, die Monochloressigsäure verbindet sich mit Kali zu einem Salze, welches in seiner wässerigen Lösung durch Kochen allmählich so zersetzt wird, daß sich alles Chlor mit allem Kalium zu Chlorkalium vereinigt. Hofmann,

1) Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. 102, S. 1\*.